

## Übungen zur Vorlesung Statistik VI

### Blatt 2

#### Aufgabe 4

Für eine Familie von Binomialverteilungen  $\mathbb{B}(n, p)$  mit den Parametern  $n$  und  $p$  werden mehrere Abbildungen vorgeschlagen ( $\mathcal{P}^X = \{\mathbb{B}(n, p) : n \in \mathbb{N}, p \in [0, 1]\}$ ):

a)  $\eta_1 : \mathcal{P}^X \rightarrow \mathbb{N} \times [0, 1]$  mit  $\eta_1(\mathbb{B}(n, p)) = \begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix}$

b)  $\eta_2 : \mathcal{P}^X \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $\eta_2(\mathbb{B}(n, p)) = n^2$

c)  $\eta_3 : \mathcal{P}^X \rightarrow \mathbb{N} \times [0, 1] \times \mathbb{R}_{(+)}$  mit  $\eta_3(\mathbb{B}(n, p)) = \begin{pmatrix} n \\ p \\ n - p \end{pmatrix}$

Beantworten Sie sich für jede der vorgeschlagenen Abbildungen  $\eta_i$ ,  $1 \leq i \leq 3$  die folgende Frage:

Ist die Abbildung  $\eta_i$  eine Parametrisierung der Familie von Binomialverteilungen  $\mathbb{B}(n, p)$ ? Begründen Sie ihre Antwort. Falls die Abbildung  $\eta_i$  keine Parametrisierung ist, verändern Sie die Abbildung so, dass sie eine wird.

#### Aufgabe 5

In einer Produktionsreihe sei der Zustand einer Maschine nur durch Fachleute zu bestimmen. Solange die Maschine intakt ist, produziert sie einen Ausschussanteil von höchstens  $\pi = 0.05$ , ist sie defekt, steigt dieser Anteil, d.h.  $\pi > 0.05$ . Wird ein Fachmann gerufen, um den Zustand einer Maschine zu überprüfen, so entstehen Kosten  $c_1$ , die allerdings im Fall einer defekten Maschine dem Hersteller der Maschine in Rechnung gestellt werden. Ist hingegen die Maschine defekt und bleibt dies unerkannt, so entstehen Kosten  $c_2$ .

Die Firma entschließt sich daher, aus der laufenden Produktion  $n = 100$  Teile zu entnehmen und die Anzahl der defekten Teile in dieser Stichprobe zu bestimmen.

- Formulieren Sie für diese Situation ein Entscheidungsproblem.
- Geben Sie die Verlustfunktion an.
- Überlegen Sie sich eine sinnvolle Entscheidungsfunktion.

- d) Bestimmen Sie die Risikofunktion ihrer Entscheidungsfunktion in Abhängigkeit von  $\pi$ , wobei  $\pi$  der wahre Ausschussanteil der Maschine ist.

### **Aufgabe 6**

Seien  $X_1, \dots, X_5$  u.i.v. mit  $P^{X_i} = B(1, \pi)$ .  $\pi$  soll mittels eines Punktschätzers geschätzt werden. Betrachten Sie die Schätzfunktionen  $S_1(X) = 0.5$ ,  $S_2(X) = \bar{X}$  und  $S_3(X) = \sum_{i=1}^5 iX_i/15$ .

Welcher dieser Schätzer ist zulässig für die Gauß'sche Verlustfunktion?

Für welche  $\pi \in (0, 1)$  ist welcher der drei Schätzer jeweils der lokal beste?

<b>Abgabe bis Mittwoch, den 22.04.2015, 10.00 Uhr</b>
---